



**ДЕПАРТАМЕНТ
ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ**

Ленина пр., д. 111, г. Томск, 634069
тел/факс (382 2) 512-530
E-mail: k48@edu.tomsk.gov.ru
ИНН/КПП 7021022030/701701001, ОГРН 1037000082778

16.08.2021 № 54-4562

на № _____ от _____

О направлении методических рекомендаций
«Проектная деятельность в предметной
области «Математика»: от исследования до
продукта»

Руководителям муниципальных
органов, осуществляющих
управление в сфере образования

Руководителям подведомственных
общеобразовательных организаций

Уважаемые руководители!

Департамент общего образования Томской области направляет для использования в работе методические рекомендации «Проектная деятельность в предметной области «Математика»: от исследования до продукта» (приложение к настоящему письму).

Приложение на 14 л. в 1 экз.

Начальник департамента

И.Б.Грабцевич

Оксана Михайловна Замятина
8 (38 22) 55 79 89
toipkro@toipkro.ru
Лилия Акрамовна Шумская
8 (3822) 90 20 53

**Методические рекомендации
«Проектная деятельность в предметной области «Математика»: от
исследования до продукта»**

Составители:

*Подстригич А.Г., кандидат педагогических наук,
старший преподаватель ЦНППМ ТОИПКРО,
Шумская Л.А., старший преподаватель
кафедры развития педагогического мастерства ТОИПКРО*

Новые вызовы и реалии системы общего образования

В последние годы в связи с происходящими глобальными изменениями современного мира (VUCA-мира: нестабильного, неопределённого, сложного и неоднозначного), которые порождены цифровыми технологиями и социальными вызовами (в том числе, пандемией и такими инновациями в образовании, как непрерывное (Long-Life-Learning), неформальное и информальное, симуляционное, горизонтальное (P2P), смешанное, асинхронное обучение), и как следствие, в связи с изменениями в характере развития, приобретения и распространения знаний активно обсуждаются вопросы индивидуализации образования, обновления содержания, форматов, методов и технологий обучения, роли учителя в отношении учебного процесса. Решение этих вопросов должно содействовать повышению качества образования, в том числе математического.

Математика необходима не только для приобретения знаний-фактов, но и для развития у обучающегося познавательных процессов (анализ, обобщение, самоконтроль, рефлексия и т.д.), а также формирования личностного опыта учащихся. Таким образом, формируется понимание деятельностной природы знаний, необходимости соединения освоения математических знаний с деятельностью самого обучающегося, направленной на формирование и развитие метапредметных, предметных и личностных компетенций (творческой активности и креативности, кооперации и коммуникации, исследовательской и информационной культуры, критического мышления), овладение компетентными способами деятельности, компетенциями будущего.

Большие возможности в этом плане открывает учебный проект (предоставляющий необходимый опыт деятельности), а именно проектное обучение (направленное на личностное и профессиональное развитие через активные способы действий). Рядом с термином «проектирование» стоят такие процессы, как «моделирование», «целеполагание», «планирование», «программирование», «дизайн», «конструирование», «прогнозирование», «сценирование» и другие, которые представляют собой новые типы мышления и деятельности, учитывающие глобальные процессы и ориентированные на успешность в современном мире.

Метод проектов в образовании многосторонен и потому многофункционален. Он одновременно является средством развития личности, диагностики, формой контроля сформированности как стандартных учебных навыков, так и определенных личностных интеллектуальных качеств, компетентностей обучающихся, средством актуализации смыслообразующей деятельности, повышения культуры рефлексивного мышления и др.

В психолого-педагогической литературе имеют место различные представления о структуре, функциях и свойствах проектов в образовании, можно встретиться как с термином «метод проектов», так и с термином «проектная деятельность». Метод проектов трактуется как своеобразный педагогический инструмент, с помощью которого решаются определенные дидактические задачи. Проектная деятельность – способ организации образовательного пространства обучающихся.

Под *проектной деятельностью* следует понимать одну из форм учебно-познавательной (совместной) деятельности по созданию обучающимися личностно-значимой интеллектуальной продукции (планов, макетов, компьютерных программ, моделей, научных, художественных, учебных текстов, поделок и т. п.) в процессе учения. При этом сама учебная деятельность становится предметом освоения (рефлексии). Подразумевается, что создаются условия, когда обучающийся сам конструирует понятия, тексты, создает концепции и знания, необходимые для решения проблемы.

Отличие проекта от реферата, исследовательской работы

Основным источником информации в технологии проектной деятельности выступают:

- учебные исследования (теоретической либо прикладной направленности),
- активная работа обучающихся с текстами (учебными, научными),
- коммуникации (учебные, а также научные как элементы научного поиска в рамках совместной деятельности, в том числе с учителями, учеными, экспертами и специалистами).

В отличие от проекта главным результатом исследовательской работы является интеллектуальный продукт, устанавливающий ту или иную истину в результате процедуры исследования и представленный в стандартном виде. Необходимо подчеркнуть самоценность достижения истины в исследовании как его главного продукта.

При выполнении исследовательской работы важно избегать его превращения в реферат. Мало изучить различные работы и грамотно изложить их содержание, необходимо выработать и представить собственную точку зрения на источники информации, определить цель исследования, его методiku, ресурсы, практическую значимость и форму конечного продукта.

Одним из наиболее непростых является вопрос о реализации воспитательных задач в ходе проектной деятельности. Иными словами, проектный метод изменяет отношение обучающихся к учению, так как при освоении учебного предмета они не получают знания в готовом виде, а создают их в процессе обучения. При этом возрастает ценность умения понимать (рефлексировать), какие именно знания необходимы, как их обработать, как использовать при решении актуальных задач, как сформулировать запрос на информационную и интеллектуальную помощь (поддержку) в решении задач, как построить конструктивное общение между собой, с экспертом, учителем.

Структура проекта

Чтобы определить требования к проекту по математике, определить условия, способствующие реализации проектной деятельности обучающихся в процессе изучения математики, выделим в самом общем виде следующие *основные этапы проектной деятельности*:

1. подготовительный, включающий этапы мотивации и целеполагания, планирования и принятия решений;
2. основной, так называемый этап выполнения проекта (иногда отдельно выделяют конструкторский и технологический этапы);
3. заключительный, включающий этапы защиты проекта, проверки и оценки результатов проектной деятельности.

Содержание и формы деятельности по созданию проекта:

I. Рождение идеи проекта в виде вопроса-гипотезы, возникающего в процессе рефлексивной коммуникации по поводу ситуации непонимания; целеполагание; постановка проблемы и задач, необходимых для ее решения; мотивация выбора объекта проектирования: чего именно я не знаю, не могу, не умею, но в чем нуждаюсь в данной ситуации? На этом этапе может встать вопрос, как цель, поставленная педагогом, присваивается обучающимися, становится их собственной целью. Учитель лишь вводит в область теоретических понятий, «подводит» к открытию новых законов и изобретению новых формул, схем, правил. Чем сильнее у обучающегося ощущение самостоятельности,

тем больше радость от находки, тем легче будут присвоены новые знания. Здесь возможны такие организационные формы обучения, как *урок-панорама, урок-парадокс, урок постановки проблем, урок-исследование, урок-лаборатория, лекция, наблюдение, дискуссия*, взаимодействие учителя с каждым учеником в отдельности, а также с группой совместно работающих учащихся, и др.

II. Проектирование средств и способов решения проблемы, формы осуществления проекта. Решение проблемы может быть реализовано в виде:

1) самостоятельного изобретения недостающих средств и способов (творческий процесс),

2) самостоятельного поиска недостающих условий в любом «хранилище информации», и прежде всего – в учебниках, справочниках, книгах,

3) обращения за помощью к учителю, который только организует поиск неизвестного, к учителю-собеседнику и старшему товарищу, который консультирует, разговаривает на равных. Здесь возможны разнообразные организационные формы обучения, оптимально поддерживаемые уроками-консультациями со стороны педагогов. Информационная поддержка должна реализовываться не только в прямом общении между участниками проектной деятельности, учеником и учителем, но и в создании всеобъемлющей справочной базы (хрестоматии) по изучаемой теме и смежным с ней вопросам, предметам.

В процессе обучения необходимо ввести обучающегося в круг знаний и навыков информационно-коммуникационных технологий, имеющих для современного человека большое культурное значение (электронные библиотеки, интернет и т.п.). Учет индивидуального темпа продвижения обучающегося, дифференцированный подход, организация индивидуальной работы являются неперенными условиями разработки проекта. Характер проектной деятельности определяет комплекс методов и методик обучения: *исследование, экспериментирование, наблюдение, сравнительный анализ, поисковые методы, изучение опыта, обобщение, описание, методы исследовательской беседы, анкетирование, экспертные оценки, опросы* и др.

III. Рефлексия, анализ, контроль и оценка хода и результатов осуществления проекта, его защита. Здесь возникают различного рода новые организационные формы обучения: *уроки-консилиумы, уроки-конференции, уроки-практикумы*, на которых происходит защита проекта.

Заметим, что целеполагание, контроль и оценка являются наиболее рефлексивными компонентами проектной деятельности, требующими учета границ своих знаний и умений, а создание проекта предполагает реализацию следующих видов деятельности – этапов:

- погружение в проект (предпроект);
- планирование деятельности;
- осуществление деятельности;
- оформление результатов;
- подготовка к публичной презентации.

Необходимо отметить, что проекты могут быть разными и их использование в учебном процессе требует серьезной подготовительной работы. Выделяют следующие *основные требования к проекту*:

- Работа над проектом всегда направлена на разрешение конкретной *проблемы* – исследовательской, информационной, практической.
- *Планирование* действий по разрешению проблемы. Наиболее важной частью плана является пооперационная разработка проекта, в которой приводится перечень конкретных действий с указанием результатов, сроков и ответственных.
- *Поиск информации*, которая затем обрабатывается, осмысливается и представляется участниками проектной группы.
- Создание *проектной папки*, в которой собраны все рабочие материалы (вся найденная информация, результаты исследования и анализа, записи всех идей, гипотез и решений, эскизы, чертежи, наброски продукта, материалы к презентации), в том числе

черновики, дневные планы, промежуточные отчеты, паспорт проекта, план выполнения проекта и др.

- Результатом работы над проектом является его *продукт*, который создается участниками проектной группы и имеет практическую, социальную значимость.
- *Презентация и защита* готового проекта.

Таким образом, любой проект, независимо от типа, имеет одинаковую структуру.

Проект – это «пять П»:

проблема – проектирование (планирование) – поиск информации – продукт – презентация.

Так же добавляют шестое «П» проекта – это его *портфолио*, т.е. проектная папка, в которой собраны все рабочие материалы.

На этапе планирования деятельности по созданию исследовательского проекта оформляется паспорт проекта, прописываются его *основные положения*:

Проблема исследования и ее Актуальность Обосновать актуальность – значит объяснить, почему данную проблему нужно в настоящее время изучать.	Какова необходимость и полезность предстоящего исследования?
Цель исследования – это его желаемый конечный результат.	Зачем я/мы буду/будем выполнять этот проект, с какой целью?
Объект исследования – процесс или явление, порождающее проблемную ситуацию. Предмет исследования – это то, что находится в границах объекта.	Что я/мы буду/будем исследовать?
Гипотеза – предположение, при котором делается вывод об объекте.	Каков предполагаемый ответ на поставленную цель?
Задачи исследования – это выбор путей и средств для достижения цели.	Каков план исследования?
Методы исследования – это основные способы, с помощью которых проводится исследование, проверяется гипотеза.	Какие методы, средства, технологии я буду использовать в ходе проекта?

Также замысел проекта возможно оформить в следующей логике:

Основная идея	Что? Зачем? Для кого? Что изменится в результате?
Этапы разработки проекта	Какие виды работ и основные мероприятия планируются? Что пока останется неясным?
Распределение ролей и позиций в проекте	Какие роли (позиции) необходимы для работы над проектом? Каково участие взрослых в осуществлении проекта? Имеются ли вакансии, кого необходимо пригласить для участия в проекте?
Ресурсы	Какими ресурсами уже удалось обеспечить проект? Какая поддержка нужна проекту: «новые» люди? «свежие» идеи? консультации? поддержка? что-то другое?
Руководитель проекта / Название проекта / Авторы проекта	

При организации проектной деятельности применяется следующий алгоритм:

- выбор темы;
- обоснование актуальности;
- определение проблемы;
- формулирование гипотезы (для исследовательского проекта);
- формулирование цели (конкретных задач, связанных с решением проблемы);
- определение этапов работы;
- подбор методов и средств решения проблемы;
- проведение исследовательской или иной работы по решению проблемы;
- получение и анализ данных;

- оформление данных в виде текста (схемы, рисунка);
- обсуждение и корректировка данных;
- выражение ожидаемого результата (представление).

Разрабатывая проект вместе с учениками, готовясь к нему, подбирая необходимые материалы, учителю необходимо четко осознавать его особенности и соответственно планировать работу. Поэтому, приступая к работе, важно ознакомиться с *типологией проектов*. Е.С. Полат на основе общедидактических принципов выделяет:

- исследовательские, творческие, ролево-игровые, информационные, предметно-ориентировочные проекты (в основе классификации – доминирующий в проекте метод или вид деятельности);

- моно- и межпредметные проекты (в основе – предметно-содержательная область);
- личностные и групповые; долгосрочные и краткосрочные и др.

Подробнее рассмотрим следующие типы проектов:

- информационный – это проект, целью которого является сбор, анализ и представление информации по какой-либо актуальной тематике;
- исследовательский проект направлен на доказательство или опровержение какой-либо гипотезы, исследование какой-либо проблемы;
- прикладной (практико-ориентированный) проект имеет на выходе конкретный продукт, это проект, направленный на воплощение в жизнь какой-то идеи (конечный продукт может использоваться как самим учеником, так и внешним заказчиком);
- игровой (ролевой) – это проект, в котором участники принимают на себя определенные роли;
- творческий проект направлен на создание какого-то творческого продукта и предполагает свободный, нестандартный подход к оформлению результатов работы;
- социальный (социально-ориентированный) проект направлен на повышение гражданской активности обучающихся и населения; сбор, анализ и представление информации по актуальной социально-значимой тематике;
- инженерный – это проект, целью которого является создание планов, чертежей, расчетов, макетов.

Выбор формы продукта проектной деятельности – важная организационная задача участников проекта. От ее решения в значительной степени зависит насколько выполнение проекта будет увлекательным, защита проекта – убедительной, а предложенные решения – полезными для решения выбранной социально значимой проблемы. Примеры некоторых форм продуктов: видеофильм, газета, журнал, карта, коллекция, мультимедийный продукт, сказка, справочник, учебное пособие и т.д. Также необходимо выбрать форму презентации проекта. Это может быть: деловая игра, демонстрация видеофильма, игра с залом, научный доклад, реклама, и т.д.

Кроме того, *продукты проектной деятельности* могут иметь следующие формы: видеофильм, выставка, газета, журнал, игра, коллекция, модель, театральная постановка, атлас, карта, справочник, научный и учебные тексты, анализ данных социологического опроса, мультимедийный продукт, электронный учебник, Web-сайт и пр.

Презентации учебных проектов могут быть проведены в виде: деловой игры; демонстрации видеофильма; диалога исторических или литературных персонажей; иллюстрированного сопоставления фактов, документов, событий, эпох, цивилизаций; проектной недели, научно-практической конференции; отчета исследовательской экспедиции; пресс-конференции; путешествия; экскурсии; рекламы; соревнования; телепередачи; учебного пособия; и пр.

Примерными критериями оценки проектной деятельности являются: самостоятельность работы над проектом; актуальность и значимость темы; полнота раскрытия темы; оригинальность решения проблемы; определение ресурсного обеспечения проекта; качество выполнения продукта; артистизм и выразительность выступления; раскрытие содержания проекта на презентации; использование средств наглядности, технических средств; ответы на вопросы и др. Отметим, что оценка за проект, как правило,

получается из трех составляющих: самооценка, взаимооценка, оценка учителя/руководителя/эксперта.

Приведем материалы, необходимые на процедуре защиты проекта:

- паспорт проекта;
- проект (описание проекта) или итоговый продукт;
- лист оценки процесса подготовки проекта (заполняет руководитель);
- лист оценки результата проекта (заполняет эксперт);
- лист оценки презентации проекта;
- сводная таблица итоговых баллов по результатам оценочных процедур.

По сути дела, в ходе реализации проектной деятельности в учебном процессе меняется *тип урока, учебного занятия*. Проводятся индивидуальные консультации, семинары-консультации (для коллективного и обобщенного рассмотрения проблемы, возникающей у значительного количества обучающихся), пресс-конференции (предназначенные для выступления с докладами), «круглые столы» (для обсуждения записей в журнале «Мои вопросы и затруднения»), встречи с обучающимися (в виде уроков, проводимых участниками проектной деятельности) и т.п. Консультации посвящаются, главным образом, ознакомлению с методами работы и для выяснения нового материала. Кроме этого, применяются такие формы обучения, как обучение сообщца; перевернутый класс; решение задач и проблем, поднятых самими обучающимися; письменный и устный обмен мнениями и др.

Формами организации проектной (совместной познавательной предметной) деятельности могут выступать: общественные форумы знаний, творческие отчеты по предметам, дни открытых уроков, предметные недели, праздники знаний и творчества, турниры знатоков, совместные олимпиады, выпуск предметных газет, заседания и отчеты научных обществ учащихся и т.д.

В свою очередь, реализация внеурочной проектной деятельности может проходить в такой форме, как: совместные праздники, подготовка концертов, спектаклей, просмотр и обсуждение фильмов и спектаклей, соревнования, конкурсы, КВНы, туристические походы и слеты, экскурсионные поездки, совместная деятельность в творческих объединениях различной направленности, музеях и т.п.

Инструменты цифрового ведения проекта

Современными формами реализации проектной деятельности являются телеконференции, вебинары, воркшопы, выездные школы, социальные сети, игропрактики, стратсессии, облачные технологии, виртуальные коллаборативные среды, которые позволяют увеличить количество обратных связей в образовательном процессе (в процессе коммуникации и обучения), в процессе совместной деятельности обучающихся и педагогов, а значит, его гибкость и открытость, адаптивность и эффективность.

В настоящее время существуют большие возможности для реализации проектной деятельности в условиях дистанционного обучения: платформы для создания сайтов (*Google-сайты, WordPress, Wix*), приложения режима прямого включения (*Zoom, Discord*), платформы режима совместной деятельности (*Google-документы, Google-презентации, Google-таблицы, Bubbl.us, Loneti*), программы для создания тестов и викторин (*Google-формы, Kahoot, Quizizz*) и др.

Чтобы подобрать правильный конструктор сайта главное понять, какую задачу страница должна выполнять. Для простого и быстрого создания страниц рекомендуется использовать Google-сайты – простой, понятный редактор с поддержкой других приложений и медиа файлов. Например, проектная работа начинается со страницы сайта, на которой изображена карта в виде горной местности. Каждый урок участники проекта визуально продвигаются по этой карте, причем щелкая на картинки (за каждой закреплена ссылка на страницу) мы можем видеть материал с каждого занятия. Сайт покажет весь творческий путь и позволит увидеть всю проделанную работу. Таким образом, на итоговом этапе обучающимся будет проанализирован сам проект и собственный вклад в него. Страница проекта в электронном виде может служить и результатом проекта (продуктом),

например, электронная газета. Также проект может быть организован в виде лонгрида, который при работе в долгосрочном проекте постепенно наполняется информацией.

Платформа Zoom стала популярна в школах с начала периода дистанционного обучения (в связи с пандемией). При помощи данной платформы возможно производить фронтальную работу, разделять участников проекта на группы. Проводить совместные обсуждения, используя инструмент «доска». Например, осуществлять прием «мозговой штурм», записывая все ассоциации на лист с помощью встроенных инструментов и потом обводить лучшие решения. Для подобных интерактивных заданий в начале работы каждый выбирает соответствующий цвет, таким образом, наглядно видна активность каждого участника проекта. Функции «реакции» можно использовать для проверки присутствующих без подключения микрофона. Доступ к просмотру экрана рабочего стола позволяет проводить полноценную защиту проектов. Также есть функция записи конференции, что позволит проводить защиту проекта отсутствующим ученикам или предоставит возможность учителю записать необходимый материал в формате видеоурока.

Для участника проекта должны быть наглядны и понятны проблема, тема, цели и задачи проекта, выбранные способы решения проблемы, мотив выбора творческого продукта, план реализации проекта и конкретная роль ученика в нем. Для долгосрочного проекта необходимо размещать в чате, на сайте или на доске всю основную информацию, чтобы помнить цель деятельности. Для выполнения такой задачи можно использовать приложения Google-платформы. На Google-диске (облачное хранилище для файлов) можно создать нужную для работы форму (документ, презентацию или таблицу), и открыть настройки доступа (получить ссылку для редактора). Далее эту ссылку можно разместить на сайте или отправить сообщением. Деятельность каждого участника будет видна организатору. В таком случае не нужно включать камеры и демонстрацию экрана во время видеоконференции. При самостоятельной работе можно просмотреть работу каждого обучающегося, нажав на историю документа: эта функция запоминает время редактирования и имя пользователя. Готовый документ можно выложить на сайт, как медиа (в Google-сайтах) или как ссылку на другие платформы.

Bubbl.us – это программа для создания интеллект-карт онлайн. На платформе совместно можно создавать блоки в виде структур, например, описание своего мнения и к нему блоки аргументов. Можно воплощать наглядно такие формы работы, как «игровой суд», «мозговой штурм», распределять обязанности в группе и определять ход выполнения проекта. Чтобы сохранить работу, нужно зарегистрироваться, если работа в данной программе задумана не на постоянной основе, достаточно сделать снимок экрана. Недостатком является отсутствие форматирования блоков и возможности художественного оформления карты.

На подготовительном и итоговом этапах проекта удобно использовать вопросно-ответную форму работы в виде тестов и викторин, созданных в программах Kahoot, Quizizz.

Основные этапы проекта, реализуемые в образовательном процессе, и пример его воплощения с помощью цифровых ресурсов. *Подготовительный этап.* На данном этапе участникам проекта необходимо определить и сформулировать проблему, тему, цели и задачи проекта; выбрать способы решения проблемы, или мотив выбора творческого продукта, составить план реализации проекта:

1. На личном сайте педагога находятся видеоролики по теме проекта и текстовая информация, сформулировано задание – просмотреть видеоролики и ответить на вопросы к дистанционному занятию. Ответы на вопросы необходимо скинуть в личные сообщения учителю в заранее созданный чат WhatsApp.

2. Во время видеоконференции на платформе Zoom участники определяют тему, цель и задачи проекта с помощью приема «мозговой штурм», используя встроенный инструмент «доска» в режиме совместного редактирования.

3. Далее участники распределяются на группы. Каждой группе присваивается номер или цвет. На сайте педагога расположены презентации (Google-презентации). Участникам

проекта необходимо зайти на страницу сайта учителя и нажать на изображения своей презентации. На первом слайде находятся таблица с критериями оценивания презентации.

4. В презентациях обучающимся в группе необходимо сформулировать свою идею проекта и представить на защите (платформа Zoom).

Конструкторский этап. Далее происходит поиск, сбор и обработка информации, изучение технологий, вся подготовка к непосредственному изготовлению проекта. Анализ критериев к работе, организация работы в группах.

Совместно с учителем разрабатывается план работы над проектом, распределение ролей и конкретное задание для каждого ученика со сроком выполнения, указанном в таблице (Google-таблицы), которая публикуется на сайт, здесь выкладывается основной материал для работы над проектом.

Технологический этап. Изготовление продукта и т. д. На данном этапе цифровые продукты зависят от типа проекта и педагогической цели.

Заключительный этап. Защита проекта. Анализ проекта, рефлексия.

Защита проекта так же проходит на платформе Zoom в режиме докладчика. Подготовка защиты проекта оформляется в тех же презентациях, что и на подготовительном этапе. На сайте в приложении Google-формы каждый участник заполняет лист самооценки и анализ проекта, баллы за каждый критерий за проект выставляются либо в приложении Google-презентации, либо Google-формы.

Примерные темы проектных работ по математике

Выбор тематики проектов в разных ситуациях может быть различным. В одних случаях учитель определяет тематику с учетом учебной ситуации, например, формулирует проект-задание, направленное на исследование теоретического вопроса школьного курса математики с целью углубления знаний обучающихся по этому вопросу, дифференциации процесса обучения. В других случаях тематика проектов, как например, исследовательских проектов или проектов, предназначенных для внеурочной деятельности, может быть предложена самими учащимися, которые ориентируются при этом на собственные интересы, не только чисто познавательные, но и творческие, прикладные.

Как правило, темы проектов относятся к какому-то практическому вопросу, актуальному для повседневной жизни и, вместе с тем, требующему привлечения знаний учащихся не по одному предмету, а из разных областей, их творческого мышления, исследовательских умений. Таким образом, достигается естественная интеграция знаний, а продукт проектной деятельности может иметь не только внешнюю форму в виде материального продукта (математический тест, квиз, буклет-справочник, выставка, отчет и т.п.), но и внутреннюю форму, когда продуктом являются личностные качества: знания, умения, способности, компетенции).

Самое сложное организовать проектную деятельность так, чтобы, не навязывая обучающимся мнения в оформлении проекта, ответах на некоторые вопросы, и в итоге получить результат. В этом помогает четкое соблюдение этапов проекта:

1) Погружение в проект.

2) Сбор и обработка информации.

3) Анализ информации, консультации с учителем, обобщение, выдвижение идей, подготовка материала для презентации.

4) Презентация результатов.

5) Оценка деятельности (рефлексия): какие математические знания вы применили для проектного исследования? какие качества личности, необходимые для жизненного успеха, вы развивали в ходе реализации проекта? являются ли ваши исследования значимыми для других? где можно рассказать о результатах проектного исследования?

Результатом (продуктом) проектной деятельности может быть:

- письменная работа (математическая сказка, эссе, рассказ, стихотворение, реферат, аналитические материалы, обзорные материалы, отчеты о проведенных исследованиях, буклет, словарь, пакет рекомендаций, справочник, заочная экскурсия, аннотация, рецензия, математический календарь);

- творческая работа (представляется в виде инсценировки, художественной декламации, компьютерной анимации, газеты, журнала, коллекции, модели, путеводителя);
- материальный объект (макет, чертеж, иное конструкторское изделие; веб-сайт, блог, виртуальная экскурсия, видеоролик);
- отчетные материалы по социальному проекту (тесты, мультимедийные продукты).

Приведем примерные темы проектных работ по математике:

- Пифагоры в юбках (7 класс, 7 человек; проблема: вклад женщин-ученых в развитие математики не оценен по заслугам);
- Сборник сказок (8 класс, индивидуальный проект; цель: издать сборник авторских сказок по математике);
- Функции и графики в нашей школе (6 класс, 17 человек; цель проекта: представить в виде графиков зависимости, которые встречаются в жизни);
- Справочник по математике для учащихся 7-х классов (7 класс, 4 человека; цель проекта: создать справочник, в который вошли бы все термины, использующиеся на уроках математики);
- Музей математики (один раз в год кабинет математики превращается в «музей», где группа учащихся – «сотрудники музея» – проводят школьников с 5 по 11 классы по «залам музея», знакомя с экспозициями залов «Галерея математиков», «Кинозал», «Зал открытий», представляя Платоновы тела, лист Мёбиуса и интересные факты о них) и др.

Основой исследовательских проектов по математике могут стать тезисы из сборников научно-практических конференций школьников (Летняя конференция Турнира Городов, Московская математическая конференция школьников, Секция математики Всероссийских чтений им. В.И. Вернадского, Математическое моделирование задач естествознания и др.), статьи журналов «Квант», «Потенциал» и др., или, например, следующие тексты из книги Мартина Гарднера «Математические новеллы»:

- Трудности и парадоксы, связанные с бесконечными рядами и понятием предела
- Пентамино и полимино
- Тетраэдры в природе и архитектуре
- Занимательная нумизматика
- Иерархия бесконечностей
- Математическое искусство Морица Эшера
- Незадачи с задачами
- О трисекции угла и тех, кто упорно (но тщетно) пытается решить эту древнюю задачу
- Можно ли наглядно представить себе четырехмерную фигуру?
- Неисчерпаемое очарование треугольника Паскаля
- Оптимальные стратегии для игр с двумя участниками
- Теория игр в играх
- «Деревья» и связанные с ними комбинаторные задачи
- Краткий трактат о бесполезной красоте совершенных чисел
- Числа Фибоначчи и др.

В рабочих тетрадях по математике проекта «Математика. Психология. Интеллект» последний раздел содержит проектные задания, которые позволяют ученику проявить свои математические способности, творческую инициативу, оценить свои возможности относительно участия в конференциях и математических конкурсах. Приведем фрагмент учебного текста из рабочей тетради для учащихся 5 класса (Гельфман Э. Г., Демидова Л. Н., Просвирина И. Г., Зильберберг Н. И., Подстригич А. Г. Математика: рабочая тетрадь для 5 класса. Натуральные числа. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013):

Пример задания: Оформите выставку материалов по истории записи натуральных чисел. *Советы.* Обратитесь к математическим энциклопедиям, сети Интернет и так далее. Можно представить материалы из истории записи натуральных чисел (например, в Древнем Риме).

Пример задания: Разработайте буклет, содержащий учебные материалы по теме «Натуральные числа» для учеников, которые испытывают затруднения в этой теме. *Советы.* Побеседуйте с учителем, одноклассниками, выделите ошибки, которые

встречаются в ученических работах, определите задания, вызывающие затруднения у школьников. Придумайте задания, которые помогли бы предупредить эти ошибки.

Пример задания: Подготовьте электронную презентацию по теме «Натуральные числа». *Советы.* Постарайтесь, чтобы материалы о натуральных числах были представлены интересно, красочно и запоминались.

Пример задания: Подготовьте банк заданий для проведения конкурса членов клуба «Что? Где? Когда?» по теме «Натуральные числа». *Советы.* Постарайтесь подобрать разнообразные и интересные задания с указанием авторов. Приведите ответы и авторские решения задач.

Пример задания: Сочините математическую сказку, в которой фигурируют натуральные числа. *Советы.* В сказках участвуют какие-то персонажи, выполняются действия, требуется преодолеть какие-то преграды или выполнить какие-то условия. В вашей сказке персонажи, преграды и действия должны быть связаны с натуральными числами.

Пример задания: Подготовьте математический праздник (театральное представление, КВН) на тему «Так считали на Руси». *Советы.* Разработайте сценарий, наполните его познавательными материалами (может быть, в стихотворной форме) о счёте на Руси.

Пример задания: Предложите игры с натуральными числами. *Советы.* Проект может называться «Игротека по натуральным числам».

Пример задания: Найдите числа-экспонаты для кунсткамеры (нем. *Kunstkammer* – кабинет редкостей, музей) натуральных чисел. *Советы.* Например, рассмотрите числа 13 и 64. Их сумма равна 77. Переставьте местами цифры в каждом из этих чисел. Сумма полученных чисел – 31 и 46 – тоже равна 77. Много ли таких двузначных чисел? Определите условие, которому должны удовлетворять цифры двузначных чисел, чтобы для них выполнялось такое свойство. Можно ли найти трёхзначные числа с аналогичным свойством? Найдите другие числа, которые вы бы поместили в кунсткамеру натуральных чисел.»

Приведем пример текста по теме «Последовательности. Числа Фибоначчи» как пример создания проблемной ситуации для разворачивания проектной деятельности на уроке/занятии.

«По какому правилу составлена следующая последовательность чисел: 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; ..., которые имеют специальное название – числа Фибоначчи?»

Числа Фибоначчи обладают многими интересными теоретико-числовыми свойствами. Укажите некоторые из них:

1) каждое третье число Фибоначчи _____;

2) каждое четвертое число делится на _____;

3) два соседних числа Фибоначчи взаимно _____;

4) так называемые конечные цепные (или непрерывные) дроби, стоящие в левых частях следующих равенств:

$$1 = \frac{1}{1}, 1 + \frac{1}{1} = \frac{2}{1}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} = \frac{3}{2}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} = \dots$$

и т. д.,

обращаются в рациональные дроби, представляющие собой отношения _____ чисел Фибоначчи.

Попробуйте заполнить 3 дополнительных строки согласно установленному здесь закону и проверить его правильность:

а) $1+1=3-1;$

$1+1+2=5-1;$

$1+1+2+3=8-1;$

-----;

-----;

-----;

б) $1^2+1^2=1\cdot 2;$

$1^2+1^2+2^2=2\cdot 3;$

$1^2+1^2+2^2+3^2=3\cdot 5;$

-----;

-----;

-----.

Попробуйте построить последовательность чисел Фибоначчи «назад»:

порядковый номер	...	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
члены последовательности	...	_	_	_	_	_	_	_	0	1	1	2	3	5	8	...»

(Tasks and challenges. Teacher's book. Weitzman Institute, Rehovot, Israel, p. 198).

Таким образом, обучающимся предоставляется возможность самостоятельно построить догадку, с оказанием обязательной педагогической поддержки, предоставлением материалов для проверки гипотез и проведения самоконтроля, тем самым способствуя возбуждению интереса к теме, описываемым проблемам, привлечению специальной литературы, проведению самостоятельного проектного исследования.

Заметим, что в результате работы над общеклассным проектом, выполнения проект-заданий непосредственно на уроках математики при изучении конкретных тем, например, темы «Числовые последовательности. Прогрессии», возможно рождение групповых и индивидуальных проектов, в частности, методического характера: «Формулы, которые полезно знать при решении задач на прогрессии», «Где могут пригодиться знания об арифметической и геометрической прогрессиях?», «Из истории арифметической и геометрической прогрессий», «Какие вопросы о свойствах прогрессий могут быть решены с помощью уравнений и неравенств», «Прогрессии в конкурсных задачах. Как стать успешным», «Путеводитель по типичным ошибкам. Типичные трудности и ошибки при решении задач на прогрессии», «Как научить каждого решать задачи на прогрессии», «Каким образом оформить учебник по прогрессиям», «Таблицы по прогрессиям», «Как составить тест по теме «Прогрессии»», «Словарик-справочник по прогрессиям» и др.

Заключение

В процессе реализации проектной деятельности по математике возможно развивать такие социально значимые умения ученика, как

- использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений, решать задачи из других учебных предметов, распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, строить высказывания и отрицания высказываний;

- выполнять действия с числами, сравнивать и упорядочивать числа, представлять числа на координатной прямой, округлять числа, делать прикидку и оценку результата вычислений, выполнять расчеты по формулам, преобразовывать целые, дробно-рациональные выражения и выражения с корнями;

- раскладывать многочлены на множители, в том числе с использованием формул разности квадратов и квадрата суммы и разности;

- использовать координатную прямую и координатную плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем, строить графики функций, использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни;

- выражать формулами зависимости между величинами;

- использовать свойства последовательностей, формулы суммы и общего члена последовательности при решении задач, в том числе задач из других учебных предметов и реальной жизни;

- составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность полученных результатов, решать задачи, в том числе из повседневной жизни;

- решать задачи на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов, распознавать равенство, симметрию и подобие фигур, параллельность и перпендикулярность прямых в окружающем мире, применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей, изображать плоские фигуры и их комбинации, пространственные фигуры от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств по текстовому или

символьному описанию, использовать векторы и координаты для представления данных и решения задач, в том числе из других учебных предметов и реальной жизни;

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;

- распознавать изменчивые величины в окружающем мире, решать задачи методом организованного перебора и с использованием правила умножения;

- оценивать вероятности реальных событий и явлений, понимать роль практически достоверных и маловероятных событий в окружающем мире и в жизни;

- иметь представления о понятии независимых событий, законе больших чисел и его роли в массовых явлениях;

- выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов математики в искусстве, описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки, приводить примеры математических открытий и их авторов в отечественной и всемирной истории.

Понятие «проектная деятельность» прочно вошло в практику математического образования. Проект как вид деятельности перспективен, многогранен, эффективен. Проект – это метод обучения, который может быть использован при изучении любого предмета, может применяться на уроках и во внеурочной деятельности. Проект формирует большое количество умений и навыков, метапредметные, предметные и личностные компетенции, компетенции будущего, создает условия индивидуализации и дает обучающимся необходимый опыт деятельности. Проект – это форма организации учебного процесса. Он может стать альтернативой классно-урочному обучению. Кроме того, проект – это философия результатов и достижений.

Реализация метода проектов в учебном процессе связана с разработкой нового методического обеспечения, учебных материалов и процедур, поощряющих как знания, умения и навыки, так и компетентность, инициативу, творчество, саморегуляцию и уникальность склада ума, предлагая педагогам самим осуществлять самостоятельную активную проектно-исследовательскую деятельность. Когда учителя обобщают собственный профессиональный опыт в виде написания статей, учебных и методических пособий, самостоятельно делают педагогические находки, создают авторские методики, предметные тексты (в широком смысле слова) и обмениваются ими (например, в ходе работы проблемно-творческой группы).

Современному учителю необходимо владеть навыками работы в режиме проектной деятельности и, конечно, иметь открытую познавательную позицию по отношению к новым целям школьного образования, по отношению к каждому ученику как носителю актуальных и потенциальных интеллектуальных возможностей, по отношению к творческим, зачастую оригинальным продуктам учебно-познавательной деятельности обучающихся.

Список литературы

по организации проектной деятельности по предметной области «Математика»

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. – М.: Издательство МЦНМО, 2014. – 129 с.
2. Башмаков М.И., Поздняков С.Н., Резник Н.А. Информационная среда обучения. – СПб.: Свет, 1997. – 400 с.
3. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974. – 456 с.
4. Гузев В.В. Консультации: что такое педагогические технологии и какие технологии используются в образовании // Педагогические технологии. 2005. № 1. С. 108–124.
5. Дьюи Дж. Демократия и образование. – М.: Педагогика-Пресс, 2000. – 384 с.
6. Инновационные процессы в педагогической практике и образовании. Под ред. Г.Н. Прокументовой. Барнаул-Томск, Алтайская Академия экономики и права, 1997. – 128 с.

7. Кларин М.В. Инновационные модели обучения в зарубежных педагогических поисках. – М., 1994. – 222 с.
8. Кудрявцев Т.В. Развитие технического мышления учащихся. – М.: Высшая школа, 1964. – 96 с.
9. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учеб. пособие для студентов пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров. – М.: Академия, 2000. – 272 с.
10. Пахомова Н.Ю. Метод учебных проектов в образовательном учреждении: Пособие для учителей и студентов педагогических вузов. – М.: АРКТИ, 2003. – 112 с. (Методическая библиотека).
11. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
12. Равен Дж. Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация. – М.: Когито-Центр, 2002. – 396 с.
13. Сгибнев А.И. Исследовательские задачи для начинающих. – М.: МЦНМО, 2013. – 120 с.
14. Сгибнев А. И. Геометрия на подвижных чертежах. – М.: МЦНМО, 2019. – 184 с.
15. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие. – М.: Народное образование, 1998. – 256 с.
16. Хуторской А.В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения. – М.: Изд-во МГУ, 2003. – 416 с.
17. Чечель И.Д. Метод проектов, или Попытка избавить учителя от обязанностей всезнающего оракула // Директор школы, 1998, № 3, 4.

Список Интернет-ресурсов

по организации проектной деятельности по предметной области «Математика»

– <http://www.vernadsky.dnttm.ru> Сайт Всероссийского Конкурса юношеских исследовательских работ им. В.И. Вернадского. Опубликованы нормативные документы по конкурсу, рекомендации по участию в нем, исследовательские работы школьников. Организована система on-line представления работ на конкурс, каждый посетитель сайта может написать отзыв или рецензию на заинтересовавшую работу.

– <http://www.exponenta.ru> «Экспонента» – популярный образовательный математический сайт. Здесь имеются задачи с решениями; справочник по математике; книги и справочники по математическим пакетам Mathcad, Matlab, Maple. Доступны программы для поддержки курсов математического анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений.

– <http://mathproblem.narod.ru> «Math». Интернет-каталог ресурсов по математике содержит следующую информацию: математические школы, кружки и задачи; олимпиады, газеты, журналы и книги.

– <http://math.ournet.md/indexr.html> «Виртуальная школа юного математика». Сайт предоставляет обширный материал по математике: задачи и комментарии, полные доказательства некоторых математических проблем теоретического характера; темы и задачи, мало изучаемые в школьном курсе математики; практикум абитуриента. Также представлена информация из истории математики; математические словари; условия и решения задач выпускных экзаменов.

– <http://mathem.by.ru> «Математика on-line». На этом сайте можно найти формулы по математике, геометрии, высшей математике и т.д. Также здесь имеется справочная информация по математическим дисциплинам и интересные статьи по различным разделам математики.

– <http://www.mathematics.ru> «Открытая математика». Сайт представляет собой часть проекта «Открытый Колледж»; здесь можно найти содержание учебных компьютерных курсов по математике, выпускаемых компанией ФИЗИКОН на компакт-дисках.

– <http://www.uic.ssu.samara.ru/~nauka/MACH/STAT/ALGORITHM/algorithm.html> «20 алгоритмов по стереометрии». Алгоритмы для учащихся 10-11 классов и студентов первых курсов.

- <http://algorithm.narod.ru/> «Алгоритмы». Некоторые алгоритмы для вычисления элементарных математических функций.
- <http://vschool.km.ru/education.asp?subj=14> «Виртуальная школа Кирилла и Мефодия». Интерактивные уроки по математике.
- <http://www.sch57.msk.ru/collect/smogl.htm> «История математики». Краткие биографии математиков, исторические обзоры.
- <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/~history/> «История математики». История развития науки, биографии математиков (на английском языке).
- <http://www.nips.riss-telecom.ru/poly/> «Мир многогранников». Фотографии и описания, чертежи и рекомендации по построению моделей. Биография известных математиков.
- <http://news.1september.ru/mat/1999/no6.htm> «Некоторые малоизвестные факты из геометрии треугольника».
- <http://www.laplas.narod.ru/teorema01.htm> «Теория чисел. Новая теорема». Теорема о приближении алгебраических чисел рациональными числами. Доказательство, обсуждение.
- https://www.geogebra.org/u/google_admin GeoGebra для преподавания и изучения математики. Бесплатные цифровые инструменты для занятий, построения графиков, геометрии, совместной работы на доске и многого другого.
- <https://www.youtube.com/playlist?list=PLnnFSS9Rsw03a2TPHcf2jMP2EsV1g7asA> Видеокурс Алексея Сгибнева по GeoГебре для учителей математики.