

Сборник задач к курсу внеурочной деятельности
«Решение задач повышенного уровня сложности и олимпиадных задач»

Автор - составитель: Полева Н.В.,
учитель математики МАОУ СОШ № 44 г. Томска

Оглавление

Введение	3
1. Числа.....	4
2. Конструктивные задачи	8
3. Первые шаги в геометрии.....	14
4. Арифметические задачи.....	20
5. Логические задачи.....	22
6. Геометрия в пространстве	24
Ответы.....	26

Введение

Предлагаемый сборник является приложением к программе курса внеурочной деятельности «Решение задач повышенного уровня сложности и олимпиадных задач». Он нацелен на формирование и развитие умения решать текстовые задачи разного уровня (повышенный и олимпиадный). Основной упор сделан на использование арифметических способов решения задач на ранней стадии обучения, что предусмотрено стандартами по математике.

Сборник включает шесть разделов: «Числа», «Конструктивные задачи», «Первые шаги в геометрии», «Арифметические задачи», «Логические задачи», «Геометрия в пространстве» – охватывающих основные вопросы, связанные с решением задач повышенного уровня и олимпиадных задач в 5–6 классах. Каждый раздел начинается с простых задач, которые может выполнить обучающийся любого уровня знаний.

Во всех разделах задачи одинакового уровня сложности в одном номере стоят под буквами а, б, в... – достаточно решить одну. Задачи, расположенные по нарастанию трудности, помечены их номерами 1, 2, 3... – их желательно решить все.

1. Числа

1.1. Сложение и вычитание натуральных чисел

1. Ученик токаря обточил 120 деталей за смену, а токарь на 36 деталей больше. Сколько деталей обточил токарь и его ученик вместе?
2. а) У одного мужика 23 овцы, а у другого на 7 больше. Сколько у них овец вместе?

б) У одного мужика 26 овец, а у другого на 5 овец меньше. Сколько у них овец меньше. Сколько у них вместе овец?
3. Задумали число, увеличили его на 120, результат уменьшили на 49. Получили 200. Найдите задуманное число.
4. В автобусе были 25 пассажиров. На первой остановке вышли 8 и вошли 12 пассажиров, на второй – вышли 7 и вошли 5 пассажиров. Сколько пассажиров стало в автобусе после второй остановки?
5. В трех классах 44 девочки. Это на 8 меньше, чем мальчиков. Сколько мальчиков в трех классах?
6. Сын на 24 года моложе мамы, а папа на 3 года старше мамы. Сколько лет папе, если сыну 10 лет?
7. Покупатель из 50 рублей в уплату за купленный товар отдал 30 рублей и получил 2 рубля сдачи. Сколько денег у него осталось?
8. В классе 32 ученика. Из них 23 любят кошек, 18 любят собак. Причем 10 учеников любят и кошек, и собак. Сколько учеников в классе не любят ни кошек, ни собак?

1.2. Умножение и деление натуральных чисел

1. Число 48 увеличьте на 3, полученный результат увеличьте в 3 раза.
2. В первом мотке 42 м проволоки, а во втором в 3 раза больше. Сколько метров проволоки в двух мотках?

3. На овощную базу привезли помидоры на 6 машинах, по 120 ящиков в каждой, потом еще 8 машин, по 140 ящиков в каждой, потом еще на 8 машинах, по 140 ящиков в каждой. Сколько всего ящиков помидоров привезли на базу?
4. Тройка лошадей пробежала 90 км. Сколько километров проскакала каждая лошадь?
5. Родник в 24 мин дает бочку воды. Сколько бочек воды дает родник в сутки?
6. В двух корзинах было 86 яблок. Когда из первой во вторую переложили 3 яблока, то яблок в корзинах стало поровну. По сколько яблок было в каждой корзине первоначально?
7. В двух комнатах были 45 человек. Когда из первой вышли 9 человек, а из второй – 14 человек, то людей в комнатах стало поровну. Сколько человек было в каждой комнате первоначально?
8. На четырех полках было 164 книги. Когда с первой полки сняли 16, со второй на третью переставили 15, а на четвертую поставили 12 книг, то на всех полках книг оказалось поровну. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

1.3. Четность

1. Четной или нечетной будет сумма двух четных чисел? А трех нечетных?
2. Маша говорит, что знает четыре числа, сумма и произведение которых – нечетные числа. Права ли Маша?
3. Можно ли заплатить без сдачи:
 - а) 20 копеек семью монетами по 1, 5 и 10 копеек?
 - б) 20 копеек семью монетами по 1 и 5 копеек?
 - в) 25 копеек восемью монетами по 1 и 5 копеек?
4. Андрей купил в магазине 20 тетрадей, 2 альбома для рисования, несколько карандашей по 6 р. 20 коп. и несколько ластиков по 4 рубля. Ему сказали, что в кассу следует уплатить 55 рублей 65 копеек. Андрей попросил пересчитать

стоимость покупки, и ошибка была устранена. Как Андрей догадался, что она была допущена?

5. На шахматную доску размером 8×8 пролили краску. Может ли количество испачканных клеток быть на 17 меньше количества чистых клеток? Ответ объясните.

6. Конь вышел из поля $a1$, сделал несколько ходов и вернулся в то же место. Докажите, что он сделал четное количество ходов.

7. Конь вышел из поля $a1$, обошел все клетки доски по одному разу и пришел в клетку $h8$. Могло ли такое быть?

8. По кругу сцепили несколько шестеренок. Смогут ли они вращаться, если их было: а) двенадцать; б) тринадцать?

9. По кругу написано 7 натуральных чисел. Верно ли, что среди этих чисел найдутся два соседних, сумма которых четна?

10. На доске написано равенство: $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 = 20$ (вместо символов «*» – в неизвестном порядке расставлены знаки «+» и «-»). Докажите, что это равенство не может быть верным.

11. На доске 25×25 расставлены 25 шашек, причем их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из шашек расположена на диагонали.

12. Восемь кустов малины растут в ряд. Известно, что число ягод, растущих на любых двух соседних кустах, отличается на 1. Может ли общее количество ягод равняться 2005?

13. Записано четыре числа: 0, 0, 0, 1. За один ход разрешается прибавить 1 к любым двум из этих чисел. Можно ли за несколько ходов получить четыре одинаковых числа?

14. Бился Иван Царевич со Змеем Горынычем, трехглавым и треххвостым. Одним ударом он мог срубить либо одну голову, либо один хвост, либо две головы, либо два хвоста. Но, если срубить один хвост, то вырастут два; если срубить два хвоста – голова; если срубить голову – вырастет новая, а если

срубить две головы, то не вырастет ничего. Сможет ли Иван Царевич срубить все головы и хвосты Змею Горынычу?

15. Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется – определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты. а) Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше). б) Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?

1.4. Числовые неравенства

1. а) Яблоко тяжелее банана, а банан тяжелее киви. Что тяжелее – киви или яблоко?

б) Мандарин легче груши, а апельсин тяжелее мандарина. Что тяжелее - груша или апельсин?

2. 6 карасей легче 5 окуней, но тяжелее 10 лещей. Что тяжелее – 2 карася или 3 леща?

3. 7 шоколадок дороже, чем 8 пачек печенья. Что дороже – 8 шоколадок или 9 пачек печенья?

4. Один сапфир и два топаза
Ценней, чем изумруд, в три раза.

А семь сапфиров и топаз
его ценнее в восемь раз.

Определить мы просим Вас,
сапфир ценнее иль топаз?

5. На валютной бирже за 11 тугриков дают 14 динаров, за 22 рупии – 21 динар, за 10 рупии – 3 талера, за 5 крон – 2 талера. Сколько тугриков можно выменять за 13 крон?

6. Известно, что 9 стаканов чая стоят дешевле 10 рублей, а 10 стаканов чая – дороже 11 рублей. Сколько стоит стакан чая?

2. Конструктивные задачи

2.1. Взвешивания и переливания

1. Переливаем молоко. Из восьмилитрового ведра, наполненного молоком, надо отлить 4 литра с помощью двух пустых бидонов: трехлитрового и пятилитрового.

2. а) Есть 27 монет. Известно, что одна из них фальшивая (по весу тяжелее настоящих). Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь определить фальшивую монету?

б) Можно ли определить фальшивую монету за три взвешивания, если монет 25?

3. а) Какие веса могут иметь четыре гири для того, чтобы с их помощью можно было взвесить любое целое число килограммов от 1 до 15 на чашечных весах (гири можно ставить только на одну чашку)?

б) Какие веса могут иметь три гири для того, чтобы с их помощью можно было взвесить любое целое число килограммов от 1 до 10 на чашечных весах (гири можно ставить на обе чашки)? Приведите пример.

4. Можно ли разлить 50 литров бензина по трём бакам так, чтобы в первом баке было на 10 литров больше, чем во втором, а после переливания 26 литров из первого бака в третий в третьем баке стало столько же бензина, сколько во втором?

5. Имеются неправильные чашечные весы, мешок крупы и правильная гиря в 1 кг. Как отвесить на этих весах 1 кг крупы?

6. Имеются чашечные весы без гирь и 4 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причём неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету?

7. Имеются чашечные весы со стрелками и десять мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но в одном из мешков все монеты фальшивые и каждая весит по 2 грамма, а в остальных девяти мешках все монеты настоящие и каждая весит по 1 грамму. Как при помощи одного взвешивания определить, в каком мешке фальшивые монеты?

8. Есть три бидона емкостью 14 л, 9 л и 5 л. В большем бидоне 14 литров молока, остальные бидоны пусты. Как с помощью этих сосудов разлить молоко пополам?

9. Дан мешок сахарного песка, чашечные весы и гирька в 1 г. Можно ли за 10 взвешиваний отмерить 1 кг сахара?

10. Известно, что среди ста монет имеется ровно одна фальшивая (отличается по весу от настоящих). С помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь определите, легче или тяжелее фальшивая монета настоящей (находить ее не надо!).

11. В корзине лежат 13 яблок. Имеются весы, с помощью которых можно узнать суммарный вес любых двух яблок. Придумайте способ выяснить за 8 взвешиваний суммарный вес всех яблок.

2.2. Пути и переправы

1. Двое мальчиков катались на лодке. К берегу подошел отряд солдат. Лодка так мала, что на ней может переправиться только один солдат или двое мальчиков. Однако все солдаты переправились через реку именно на этой лодке. Как?

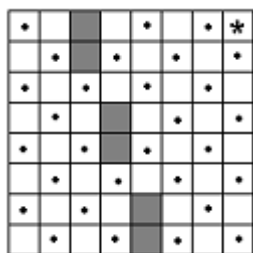
2. По длинному узкому каналу один за другим идут три парохода. Навстречу им – еще три парохода (см. рисунок). Канал такой узкий, что два парохода в нем разъехаться не могут, но в канале есть залив, где может поместиться один пароход. Могут ли пароходы разъехаться?



3. В кабине лифта 20-этажного дома есть две кнопки. При нажатии на одну из них лифт поднимается на 13 этажей, а при нажатии на другую опускается на 8 этажей. Как попасть с 13-го этажа на 8-й?

4. На рисунке изображен план яблоневого сада (точки – яблони). Садовник собирал яблоки со всех яблонь. Начал он с клетки, отмеченной звездочкой, и обошел одну за другой все клетки, как занятые яблонями, так и свободные, ни

разу при этом, не возвращаясь на пройденную клетку. По диагонали он не ходил и на заштрихованных клетках не был, так как там помещались различные строения. Закончив обход, садовник оказался на той же клетке, с которой начинал путь. Нарисуйте путь садовника.



5. На станции железной дороги остановился грузовой поезд в составе паровоза и пяти вагонов. На этой станции есть небольшой тупичок, где в случае необходимости помещается паровоз с двумя вагонами (см. рисунок). Вскоре, вслед за грузовым поездом, к этой же станции (по тем же рельсам) подошел пассажирский поезд. Как его пропустить?



6. Однажды по лесу гуляли три рыцаря, каждый со своей дамой. Подойдя к реке, они захотели переправиться на другой берег. В их распоряжении оказалась одна лодка без гребца, поднимающая всего двух человек. Как им переправиться, если ни одна из дам не согласна ехать в лодке или быть на берегу в окружении чужих рыцарей без своего рыцаря? Дамы тоже умеют грести.

7. В лодке, вмещающей только двух человек, через реку должны переправиться три миссионера и три каннибала. Миссионеры боятся оставаться на каком-нибудь берегу в меньшинстве. Только один миссионер и один каннибал умеют грести. Как им переправиться?

8. Трём хирургам необходимо последовательно прооперировать в полевых условиях больного, страдающего заразным заболеванием. Сами хирурги тоже больны, причём все – разными болезнями. В распоряжении хирургов есть лишь две пары стерильных перчаток. Подскажите план операции, после которой ни хирурги, ни больной не заразятся друг от друга. (Помогать друг другу во время операций хирурги не должны. Оперировать одной рукой нельзя.)

9. Семья ночью подошла к мосту. Папа может перейти его за 1 минуту, мама – за 2, малыш – за 5, а бабушка – за 10 минут. У них есть один фонарик. Мост выдерживает только двоих. Как им перейти мост за 17 минут? (Если переходят двое, то они идут с меньшей скоростью. Двигаться по мосту без фонарика нельзя. Светить издали нельзя. Носить друг друга на руках нельзя. Кидаться фонариком тоже нельзя.

2.3. Задачи на движение

1. Дорога от дома до школы занимает у Пети 20 минут. Однажды по дороге в школу он вспомнил, что забыл ручку. Если теперь он продолжит свой путь с той же скоростью, то придет в школу за 3 минуты до звонка, а если вернется за ручкой – то, идя с той же скоростью, опоздает к началу урока на 7 минут. Какую часть пути он прошёл до того, как вспомнил о ручке?

2. Я иду от дома до школы за 30 минут, а моя сестра – за 40 минут. Через сколько минут я догоню сестру, если я вышел из дома через 5 минут после её ухода?

3. Петя и Вася одновременно побежали по кругу. Когда Петя обогнал Васю в третий раз, Вася пробежал ровно 6 кругов. Во сколько раз скорость Пети больше скорости Васи, если они бегут с постоянными скоростями?

4. По шоссе со скоростью 60 км/ч едет колонна автомашин длиной 300 метров. Проезжая мимо ДПС, машины сбрасывают скорость до 40 км/ч. Какова будет длина колонны, когда все машины проедут пост ДПС?

5. Буратино и Пьеро бежали наперегонки. Пьеро весь путь бежал с одной и той же скоростью, а Буратино первую половину пути бежал вдвое быстрее, нежели Пьеро, а вторую – вдвое медленней, чем Пьеро. Кто прибежал на финиш первым?

6. Каждое воскресенье монах ровно в 6 часов утра начинал восхождение на святую гору. Он шёл весь день и к вечеру добирался до вершины горы. Всю ночь монах молился, а на следующее утро ровно в 6 часов утра выходил обратно по той же дороге. Докажите, что на этой дороге есть такое место, что в воскресенье и в понедельник монах оказывался там в одно и тоже время.

7. Из пунктов А и В одновременно навстречу друг к другу выехали мотоциклист и велосипедист. Через 1 час оказалось, что велосипедист

находится точно посередине между А и мотоциклистом, ещё через час они оказались на одном и том же расстоянии от пункта А. Во сколько раз скорость велосипедиста меньше скорости мотоциклиста?

8. Три бегуна – Антон, Серёжа и Толя – участвуют в беге на 100 метров. Когда Антон финишировал, Серёжа находился в 10 метрах позади от него, когда финишировал Серёжа, то Толя находился в 10 метрах позади от Серёжи. На каком расстоянии находились Антон и Серёжа, когда финишировал Антон? (Все мальчики бегут с постоянными, но не равными друг другу скоростями.)

9. Два пловца одновременно прыгнули с плота и поплыли в разные стороны: один – по течению, второй – против течения реки. Через 5 минут они одновременно повернули и поплыли обратно. Какой из пловцов доплывёт до плота быстрее?

2.4. Примеры и конструкции

1. Среди четырёх людей нет трёх с одинаковым именем, или с одинаковым отчеством, или с одинаковой фамилией, но у каждой двух совпадает имя, или отчество, или фамилия. Может ли такое быть?

2. Придумайте трехзначное число, запись которого состоит из различных цифр, следующих в порядке возрастания, а в названии этого трехзначного числа все три слова начинаются с одной и той же буквы.

3. Закрасьте некоторые клетки квадрата 4x4 так, чтобы любая закрашенная клетка имела общую сторону ровно с тремя не закрашенными.

4. Расставьте в квадратной комнате вдоль стен 10 кресел так, чтобы у каждой стены стояло кресел поровну.

5. Составьте из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 магический квадрат, то есть разместите их в таблице 3x3 так, чтобы суммы чисел по строкам, столбцам и двум диагоналям были одинаковы.

6. Как расположить на футбольном поле 6 футболистов, чтобы каждый из них имел возможность сделать прямолинейную передачу по земле ровно четверем другим?

7. Как расположить 16 шашек в 10 рядов по 4 шашки в каждом ряду? Как расположить 9 шашек в 10 рядов так, чтобы в каждом ряду было по 3 шашки? (ряд – это несколько шашек, лежащих на одной линии).

8. Золотошвея разместила 20 учениц в комнатах своего дома, как показано на рисунке. По вечерам она проверяла, чтобы в комнатах вдоль каждой стены дома жили 7 девушек. Однажды в гости к ним приехали 4 подружки.

а) Разместите учениц и их гостей в комнатах так, чтобы золото швея ничего не заметила (то есть насчитала вдоль каждой стены дома по 7 девушек).

б) На следующий день 4 девушки-ученицы уехали провожать подруг. Разместите 16 оставшихся так, чтобы опять вдоль каждой стены дома оказалось по 7 девушек.

9. При делении числа $2 \cdot 3 = 6$ на 4 получаем в остатке 2. При делении числа $3 \cdot 4 = 12$ на 5 получаем в остатке 2. Верно ли, что остаток от деления произведения двух последовательных чисел на число, следующее за ними, всегда равен 2?

10. На шахматной доске расставлены фигуры так, что на каждой горизонтали и вертикали стоит не меньше двух фигур. Всегда ли можно снять с доски несколько фигур так, чтобы на каждой горизонтали и вертикали осталось ровно по одной фигуре?

11. Метро города Урюпинска состоит из трёх линий и имеет по крайней мере две конечные станции и по крайней мере два пересадочных узла, причём ни одна из конечных станций не является пересадочной. С каждой линии на каждую можно перейти по крайней мере в двух местах. Нарисуйте пример такой схемы метро, если известно, что это можно сделать, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя два раза один и тот же отрезок.

3. Первые шаги в геометрии

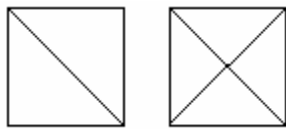
3.1. Графы и обходы графов

1. а) Расположите на плоскости 6 точек и соедините их непересекающимися линиями так, чтобы из каждой точки выходило 4 линии.

б) проведите 6 прямых и отметьте на них 7 точек так, чтобы на каждой прямой было ровно три из отмеченных точек.

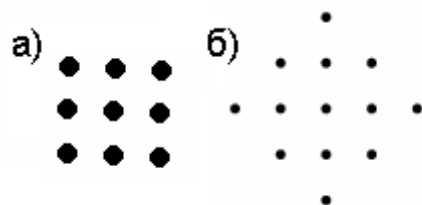
2. а) Художник-авангардист нарисовал картину “Контур квадрата и его диагональ”. Мог ли он нарисовать свою картину, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды?

б) А если его картина называлась “Контур квадрата и его диагонали”?



3. а) Зачеркните 9 точек, изображенных на левом рисунке, четырьмя отрезками, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды.

б) 13 точек, изображенных на правом рисунке, пятью отрезками, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды.



4. Пешеход обошёл шесть улиц одного города, пройдя каждую ровно два раза, но не смог обойти их, пройдя каждую лишь раз. Могло ли это быть?

5. а) 20 команд сыграли турнир по олимпийской системе (встречаются две команды, победитель играет дальше, проигравший выбывает). Сколько всего было сыграно матчей?

б) а если турнир проходил по круговой системе в один круг? (каждая команда играет с каждой один раз).

6. Дима, приехав из Врунляндии, рассказал, что там есть несколько озер, соединенных между собой реками. Из каждого озера вытекают три реки, и в каждое озеро впадают четыре реки. Докажите, что он ошибается.

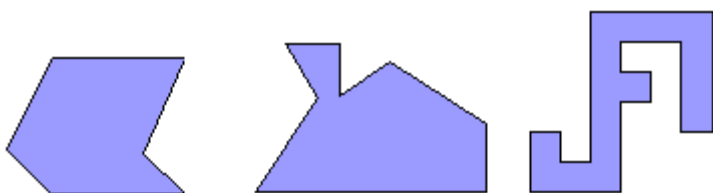
7. В углах шахматной доски 3×3 стоят 4 коня: 2 белых и 2 черных. Можно ли за несколько ходов поставить коней так, чтобы во всех соседних углах стояли кони разного цвета.

8. Посёлок построен в виде квадрата 3 квартала на 3 квартала (кварталы – квадраты со стороной b , всего 9 кварталов). Какой наименьший путь должен пройти асфальтоукладчик, чтобы заасфальтировать все улицы, если он начинает и кончает свой путь в угловой точке A ? (Стороны квадрата – тоже улицы).

9. В королевстве 16 городов. Король хочет построить такую систему дорог, чтобы из каждого города можно было попасть в каждый, минуя не более одного промежуточного города, и чтобы из каждого города выходило не более 5 дорог. а) Докажите, что это возможно. б) Докажите, что если в формулировке заменить число 5 на число 4, то желание короля станет неосуществимым.

3.2. Геометрические головоломки

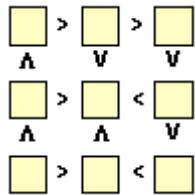
1. Разрежьте каждую из данных фигур на две части, сделав только один прямолинейный разрез, и из получившихся в каждом случае частей сложите квадраты.



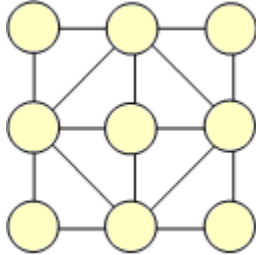
2. Проставьте в клетках таблицы числа так, чтобы сумма чисел, стоящих в любых трех соседних клетках, равнялась 20.

9							5		
---	--	--	--	--	--	--	---	--	--

3. Впишите в клетки числа от 1 до 9 так, чтобы выполнялись указанные неравенства.



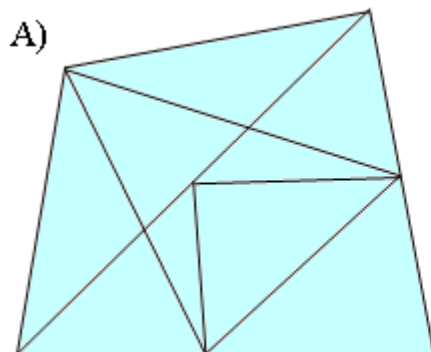
4. Все цифры от 1 до 9 включительно впишите в кружочки так, чтобы сумма цифр, стоящих в вершинах каждого квадрата, была одним и тем же числом.



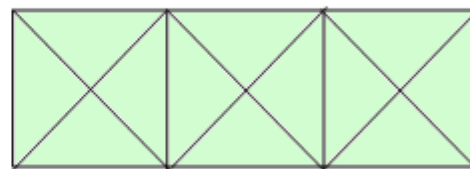
5. Великолепная семерка. Между четырьмя семерками вставьте знаки действий и скобки так, чтобы в каждой строчке получились верные равенства (в некоторых случаях знаки можно не вставлять, например, можно оставить число 77 или 777 и т. д.).

7	7	7	7	=	0
7	7	7	7	=	1
7	7	7	7	=	2
7	7	7	7	=	3
7	7	7	7	=	4
7	7	7	7	=	5
7	7	7	7	=	6
7	7	7	7	=	7
7	7	7	7	=	8
7	7	7	7	=	9
7	7	7	7	=	10

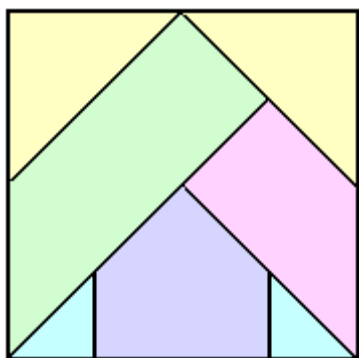
6. Сколько всего треугольников изображено на каждом из рисунков?



В)



7. Головоломка «Пифагор». Полностью используя разрезанный набор фигур, последовательно сложите фигуры, изображенные на рисунках 1–11. Накладывать фигуры или оставлять между ними пустые места нельзя.



Рисунки 1-11 к задаче 10



Рис. 1

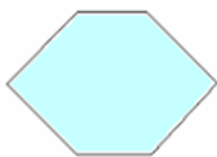


Рис. 2

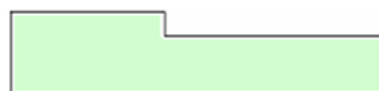


Рис. 3

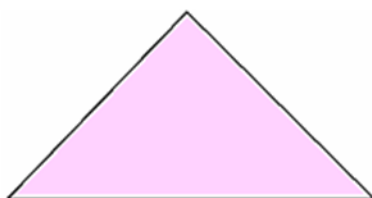


Рис. 4



Рис. 5

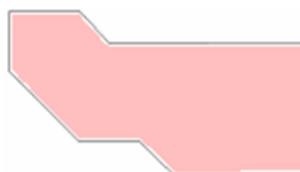


Рис. 6

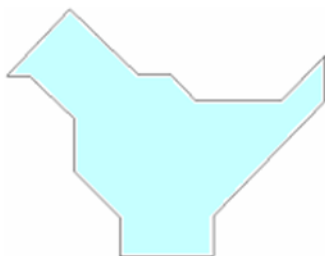


Рис. 7



Рис. 8



Рис. 9

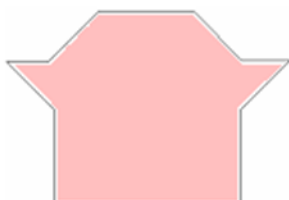


Рис. 10

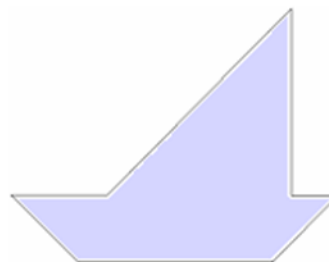


Рис. 11

11. Заполните пустые клетки каждого квадрата буквами из числа уже имеющихся в нем так, чтобы ни в одной из горизонталей, вертикалей или диагоналей квадрата буквы не повторялись.

С	П	О	Р	Т
Р	О	Т		

Д	О	С	К	А
		Д	О	К

В	А	Л	Е	Т
	Л	Е	В	

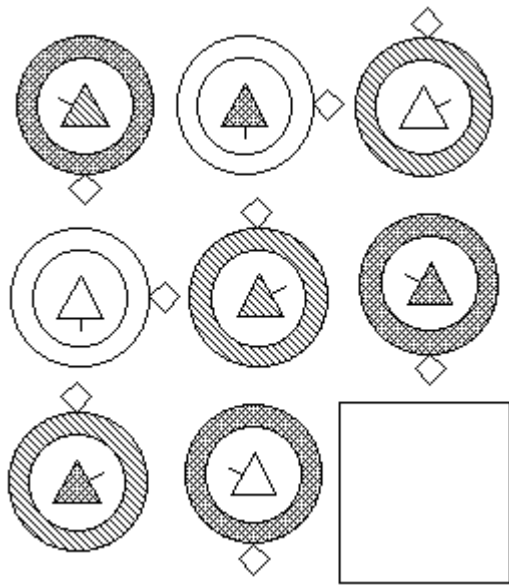
12. а) Первое число – это некоторое трехзначное число, второе число – это сумма его цифр, третье число – это сумма цифр второго числа. Эти три числа можно записать так: $\triangle \square \triangle; \square \circ; \square$. Восстановите запись, если одинаковые фигуры соответствуют одинаковым цифрам.

б) Первое число – это некоторое трехзначное число, второе число – это произведение его цифр, третье число – это произведение цифр второго числа. Эти три числа можно записать так: $\triangle \circ \circ; \triangle \square; \square$. Восстановите запись, если одинаковые фигуры соответствуют одинаковым цифрам.

13. В магическом квадрате стоят все числа от 1 до 16, причем сумма чисел, стоящих в каждом ряду, столбце и на каждой из двух главных диагоналей, должна быть одинаковой. Заполните магический квадрат на рисунке.

	11		1
13		7	
10	5		

14. Найдите закономерность в расположении фигур на рисунке. Нарисуйте в квадрате «утерянную» фигуру.



4. Арифметические задачи

4.1. Доли

1. Какую долю составляет лестница на второй этаж от лестницы на четвертый этаж этого же дома?

2. Робин Гуд украл у барона треть его богатств, а Бармалей украл пятую часть богатств князя. Кто украл больше?

3. К хозяйке домой пришли переночевать 3 солдата. Хорошая женщина сварила служивым котелок картошки. Первый солдат проснулся и съел треть картошки. Второй проснулся, подумал, что он проснулся первым и съел тоже треть картошки. Проснулся третий, подумал, что он проснулся первым и съел треть картошки. В итоге осталось 2 картофелины. Сколько картофеля наварила хозяйка?

4. Никита взял у Василия учебник на 3 дня. В первый день он прочитал половину, во второй – треть от оставшихся страниц, а количество страниц, прочитанных в третий день, равнялось половине числа страниц, изученных за первые два дня? Успел ли Никита прочитать книгу?

5. Экологи запротестовали против большого объема лесозаготовки. Председатель леспромхоза успокоил их следующим образом: "В лесу 99 процентов сосен. Будут вырубаться только сосны, и после вырубок процент сосен останется почти неизменным – сосен будет 98 процентов". Какая часть леса отведена под вырубку?

6. Эта задача насчитывает много сотен лет, но до сих пор поражает воображение своей красотой и неожиданностью. Три брата получили в наследство от отца 17 верблюдов. Старшему отец завещал половину стада, среднему – треть, а младшему – девятую часть. Братья пытались поделить наследство и выяснили, что старшему брату придется взять 8 верблюдов и кусок верблюда, среднему – 5 верблюдов и кусок верблюда, а младшему – верблюда и кусок верблюда. Естественно, разрезать верблюдов не хотелось никому, и братья решили попросить помощи у Мудреца, проезжавшего мимо них на верблюде. Мудрец спешился и присоединил своего верблюда к стаду братьев. От нового стада из 18-ти верблюдов Мудрец отделил половину – 9 верблюдов для старшего брата, затем треть – 6 верблюдов для среднего брата, и, наконец, девятую часть – 2-х верблюдов для младшего брата. После

успешной делёжки Мудрец сел на своего верблюда и продолжил путь. А братья стали думать, почему же каждый из них получил больше верблюдов, чем полагалось. Сможете ли вы объяснить, что же произошло?

7. Винни-Пух и Пятачок поделили между собой торт. Пятачок захныкал, что ему досталось мало. Тогда Пух отдал ему треть своей доли. От этого у Пятачка количество торта увеличилось втрое. Какая часть торта была вначале у Пуха и какая у Пятачка?

8. Имеется два дома, в каждом по два подъезда. Жильцы держат кошек и собак, причём доля кошек (отношение числа кошек к общему числу кошек и собак) в первом подъезде первого дома больше, чем доля кошек в первом подъезде второго дома, а доля кошек во втором подъезде первого дома больше, чем доля кошек во втором подъезде второго дома. Верно ли, что доля кошек в первом доме больше доли кошек во втором доме?

9. Вчера количество учеников в классе было в 8 раз больше числа отсутствующих. Сегодня не пришли ещё двое, и оказалось, что отсутствуют 20% от числа присутствующих в классе. Сколько всего учеников в классе?

10. К Елизавете должны были прийти гости, либо трое, либо четверо. Ей необходимо разрезать торт заранее на несколько кусков так, чтобы независимо от количества гостей она смогла угостить всех одинаковой долей торта, но при этом что б каждый из гостей получил не более 2 кусков торта.

5. Логические задачи

5.1. Логика

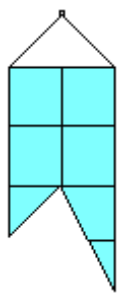
1. Заполните пропуск, чтобы получилось истинное предложение (последнее слово, возможно, придется поменять, чтобы фраза правильно звучала по-русски): В ЭТОЙ ФРАЗЕ ... БУКВ. Решите эту задачу хотя бы тремя способами.
2. В сундуке лежали два колпака белого цвета и три черного. В темную комнату завели трех мудрецов и надели на них какие-то колпаки из сундука. Потом вывели в другую комнату. Они не видят, какого цвета колпак на них, но видят колпаки других. Через некоторое время один из них догадался, какого цвета на нем колпак. Как? Какого цвета был колпак?
3. Петин кот перед дождем всегда чихает. Сегодня он чихнул. "Значит, будет дождь," – думает Петя. Прав ли он?
4. Коля Васин задумал число: 1, 2 или 3. Вы задаете ему только один вопрос, на который он может ответить "да", "нет" или "не знаю". Сможете ли вы угадать число, задав всего лишь один вопрос?
5. Во всех зоопарках, где есть гиппопотамы и носороги, нет жирафов. Во всех зоопарках, где есть носороги и нет жирафов, есть гиппопотамы. Наконец, во всех зоопарках, где есть гиппопотамы и жирафы, есть и носороги. Может ли существовать такой зоопарк, в котором есть гиппопотамы, но нет ни жирафов, ни носорогов?
6. Пусть x – некоторое натуральное число. Среди утверждений: $2x$ больше 70; x меньше 100; $3x$ больше 25; x не меньше 10; x больше 5; три верных и два неверных. Чему равно x ?
7. У Вас есть две баночки с пилюлями, маркированные "А" и "В". В день Вам нужно съесть по одной пилюле из каждой баночки, если же Вы съедите больше или меньше одной пилюли из какой-либо баночки, то умрете. Однажды Вы взяли одну пилюлю из баночки "А", а когда стали вытряхивать пилюлю из банки "В", случайно выпало две пилюли. Теперь у Вас на руке лежат три пилюли совершенно неразличимые по внешнему виду. Как с наименьшими потерями выйти из этой ситуации?

8. Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. Придумайте вопрос, на который Илья Муромец ответит "да", "нет" или "не знаю", и по ответу на который Вы сможете понять, какие монеты ему достались.

6. Геометрия в пространстве

6.1. Пространственное воображение

1. На большом круглом торте сделали 10 разрезов так, что каждый разрез идет от края до края и проходит через центр торта. Сколько получилось кусков?
2. У хозяйки был круглый торт с розочками из крема. Она разрежала его на части так, чтобы в каждой части была одна розочка. Всего она сделала три разреза. Сколько розочек могло быть на торте?
3. На какое наибольшее количество частей можно разрезать головку сыра тремя разрезами?
4. Можно ли испечь такой пирог, который может быть разделен одним прямолинейным разрезом на 4 части?
5. На прямоугольном торте лежит круглая шоколадка. Как разрезать торт на две равные части так, чтобы и шоколадка поделилась пополам?
6. На глобусе проведены 17 параллелей и 24 меридиана. На сколько частей разделена поверхность глобуса? (Меридиан – дуга, соединяющая Северный полюс с Южным. Параллель – это окружность, параллельная экватору.)
7. Можно ли расположить пять одинаковых монет так, чтобы каждая касалась трех других?
8. Квадратную салфетку сложили пополам, а затем полученный прямоугольник еще раз сложили пополам. Получившийся квадратик разрезали ножницами по прямой. На сколько частей могла распасться салфетка?
9. В стене имеется маленькая дырка (точка). У хозяина есть флажок следующей формы (см. рисунок). Покажите на рисунке все точки, в которые можно вбить гвоздь, так чтобы флажок закрывал дырку.



10. На плоском столе расположите 4 стакана, так чтобы попарные расстояния между центрами доньшек стаканов были равны.

Ответы

1. **1. 1. 1.** 26 деталей. **2.** 53 овцы. **3.** 47 овец. **4.** 129. **5.** 27 пассажиров.
6. Мальчиков на 8 больше, чем девочек. **7.** 37 лет, 9 лет. **8.** 22 рубля.
- 1.2.** **1.** 153. **2.** 168 м. **3.** 1840 ящиков. **4.** 90 км. **5.** 60 бочек (24 ч в 60 раз больше, чем 24 мин). **6.** Сначала определите, по сколько яблок стало в каждой корзине.
7. 20 и 25 человек. **8.** 56, 55, 25 и 28 книг.